FaSMEd

Prestaties verhogen door
formatief toetsen
in het reken-wiskundeonderwijs en
onderwijs in de
natuurwetenschappen

Docentenhandleiding
Digitale Toets Omgeving
Metriek

Marja van den Heuvel-Panhuizen, Mieke Abels &Ilona Friso-van den Bos
Freudenthal Groep, Faculteit Sociale Wetenschappen
Freudenthal Instituut, Faculteit Bètawetenschappen
Universiteit Utrecht

Vak: Rekenen-wiskunde

Leeftijd studenten: 10-14 jaar

Gebruikte technologie: Digitale Wiskunde Omgeving © FI – Peter Boon

1. Introductie

1.1 Het FaSMEd project

FaSMEd staat voor *Formative Assessment in Science and Mathematics Education*. Het FaSMEd onderzoek is een groot internationaal onderzoek waaraan universiteiten deelnemen uit Engeland, Ierland, Duitsland, Noorwegen, Frankrijk, Italië, Zuid Afrika en Nederland. Het onderzoek wordt gefinancierd door de Europese Unie en richt zich op het formatief toetsen bij reken-wiskundeonderwijs en onderwijs in natuurwetenschappelijke vakken en technologie. Het Nederlandse FaSMEd project wordt uitgevoerd door onderzoekers van de Freudenthal Group van de Faculteit Sociale Wetenschappen van de Universiteit Utrecht in samenwerking met het Freudenthal Instituut van de Faculteit Bètawetenschappen. In dit Nederlandse deel van het project is een digitale toetsomgeving ontwikkeld voor formatief toetsen bij het reken-wiskundeonderwijs in de groepen 7 en 8 van de basisschool.

1.2 Formatief toetsen

Bij toetsen wordt vaak meteen gedacht aan het gebruiken van gestandaardiseerde instrumenten waarmee het beheersingsniveau van leerlingen op bepaalde vakgebieden kan worden gemeten en op grond waarvan beslissingen kunnen worden genomen over bijvoorbeeld rapportcijfers en vervolgonderwijs. Deze vorm van toetsen wordt *summatief toetsen* genoemd. Dit toetsen is erop gericht om een afsluitend oordeel te geven over de vorderingen van een leerling.

Bij *formatief toetsen* gaat het om tussentijds toetsen. Dit toetsen is erop gericht om aanwijzingen te vinden voor de verdere instructie. Formatief toetsen is in feite wat leerkrachten bij het geven van onderwijs constant doen. Goed onderwijs geven betekent immers dat de gegeven instructie past bij hoe ver de leerlingen zijn, dat de leerkracht weet welke struikelblokken er zijn, maar ook dat de leerkracht weet wat de leerlingen zal helpen om een inzicht of vaardigheid (verder) te ontwikkelen.

Informatie hierover kan op verschillende manieren verzameld worden; bijvoorbeeld door het stellen van vragen, het observeren van leerlingen als ze alleen of in een groepje aan het werk zijn, door het laten maken van een door de leerkracht bedachte serie opgaven, maar ook door het geven van een extern ontwikkelde gestandaardiseerde toets uit een leerlingvolgsysteem, een toets uit de methode, of door de leerlingen een rekentoets op de computer te laten maken. Al deze vormen van informatie verzamelen zijn mogelijk bij formatief toetsen, als het toetsen maar bedoeld is om didactische beslissingen te nemen. Met andere woorden, het is niet in eerste instantie de vorm die maakt of het toetsen summatief of formatief is, maar de intentie waarmee dit gebeurt. Ook een externe toets kan formatief gebruikt worden, maar wil zo’n toets echt informatie opleveren voor het nemen van didactische beslissingen dan moet die toets meer opleveren dan van elke leerling een totaalscore van het aantal goed gemaakte opgaven. De Digitale Toets Omgeving die door de Universiteit Utrecht binnen het FaSMEd project is ontwikkeld, beperkt zich niet tot het geven van zo’n totaalscore, maar maakt ook de strategieën van de leerlingen zichtbaar.

2. De Digitale Toets Omgeving (DTO)

2.1 DTO

De Digitale Toets Omgeving (DTO) is een web-based omgeving waarmee leerkrachten informatie kunnen verzamelen over reken-wiskundevaardigheden van hun leerlingen.
De DTO is gebouwd binnen de Digitale Wiskunde Omgeving (DWO) (Boon, 2009). De DWO is een software-programma dat is ontwikkeld door Peter Boon en zijn collega's van het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht.
Door de registratiefaciliteiten van de DWO wordt het werk van de leerling in de DTO opgeslagen en in een overzicht verwerkt zodat leerkrachten op een gemakkelijke manier toegang hebben tot dit werk. Het is de bedoeling dat de leerkrachten de informatie die ze op grond hiervan over reken-wiskundevaardigheden van hun leerlingen krijgen, gebruiken in hun lessen. Dit kan betekenen dat aan een type probleem nog eens extra klassikaal aandacht wordt besteed of dat aan bepaalde leerlingen extra instructie wordt gegeven. De hulp die gegeven kan worden, kan naargelang de problemen die de leerlingen hebben, van verschillende aard zijn. Het bijzondere van de DTO is dat niet alleen zichtbaar wordt hoeveel opgaven de leerlingen goed hebben gemaakt, maar ook welke hulpgereedschap ze gebruikt hebben om de opgaven op te lossen. Hierdoor verschaft de DTO aan de leerkracht belangrijke aanwijzingen voor hoe de leerlingen het beste geholpen kunnen worden om een vaardigheid of inzicht (verder) te ontwikkelen.

2.2 De toetsmodules van de DTO

De DTO bevat toetsmodules waarmee vier leerstofonderonderdelen kunnen worden getoetst. Hiervoor zijn leerstofonderdelen uitgekozen waarmee veel leerlingen moeite hebben, te weten breuken, procenten en metriek. Het vierde leerstofonderdeel gaat over grafieken. De reden dat dit onderdeel is opgenomen in de DTO vloeit voort uit de wens van onze FaSMEd partners om in elk land iets aan grafieken te doen.

Voor elk leerstofonderdeel zijn twee toetsen: een Toets A en een Toets B. Elke toets bestaat uit een serie van zes of zeven opgaven. De opgaven in Toets B zijn doorgaans iets moeilijker dan de opgaven in Toets A, maar het verschil is niet groot. Toets A wordt bij alle leerlingen afgenomen. Toets B kan naar wens worden ingezet en is bijvoorbeeld bedoeld om na een extra instructie te kijken of de leerlingen nog steeds problemen hebben met de opgaven.

Bij het ontwikkelen van de opgaven is uitgegaan van de referentieniveaus 1F en 1S die voor het eind van de basisschool zijn vastgesteld (Noteboom, Van Os, & Spek, 2011). De zes of zeven opgaven waaruit elke toets bestaat vertegenwoordigen in feite de kerncompetenties die de leerlingen bij elk leerstofonderdeel moeten beheersen.

Aan elke toetsopgave zijn verschillende hulpgereedschappen toegevoegd zoals een kladblaadje, een getallenlijn, een strook, een verhoudingstabel of een hint. Deze hulpgereedschappen zijn optioneel. De leerlingen mogen ze gebruiken, maar hoeven dit niet te doen. Door de leerlingen deze mogelijkheid te bieden, krijgen ze de kans te laten zien wat ze met hulp al kunnen (Peltenburg, Van den Heuvel-Panhuizen, & Robitzsch, 2010; Van den Heuvel-Panhuizen, Kolovou, & Peltenburg, 2011). Op deze manier wordt de 'zone van de naaste ontwikkeling' van de leerlingen blootgelegd waarmee de leerkracht weer verder kan.

3. Metriek

3.1 Didactische achtergrondinformatie

Metriek is een onderdeel van het leerstofdomein meten. Kenmerkend voor dit leerstofdomein is dat hierin bij uitstek de relatie wordt gelegd tussen rekenen-wiskunde en de wereld om ons heen. Bij het meten worden reken-wiskundige middelen gebruikt om greep te krijgen op onze fysieke leefomgeving. Binnen het leerstofdomein meten leren leerlingen bepaalde kenmerken van objecten en situaties met meetgetallen te beschrijven en vergelijken. De meetbare kenmerken waarmee de leerlingen als eerste kennismaken zijn: lengte, oppervlakte, inhoud, gewicht, tijd en temperatuur. Om deze kenmerken te kwantificeren kunnen de leerlingen beginnen met natuurlijke maten (zoveel stappen lang) en later werken met standaardmaten (zoveel meter lang). Bij dit laatste leren de leerlingen ook meetinstrumenten gebruiken. Verder ontwikkelen ze maatkennis (zo lang is een kilometer) en gebruiken ze referentiematen (zo hoog is een deur) om te kunnen schatten. Lengte is voor het meten een fundamentele grootheid waarmee de leerlingen als eerste ervaring opdoen. Later wordt dit gevolgd door het begrijpen en berekenen van oppervlakte en inhoud. Nog een stap verder is dat leerlingen met samengestelde grootheden leren werken zoals snelheid (de relatie tussen de afgelegde afstand en de daarvoor benodigde tijd).

Bij het onderdeel metriek gaat het niet om het meten zelf, maar om hoe de verschillende meeteenheden die voor het meten gebruikt worden met elkaar verbonden zijn en zich onderling verhouden. Daarom wordt voor dit onderdeel van het meten ook wel de term ‘metriek stelsel’ gebruikt. Het is een systeem van meeteenheden. Omdat dit systeem van grote en kleine meeteenheden waarmee meetbare kenmerken van objecten, zoals lengte en gewicht, met een getal kunnen worden uitgedrukt, zeer regelmatig is opgebouwd, zou men kunnen denken dat het onder de knie krijgen van het metriek stelsel niet al te moeilijk is voor leerlingen. Het tegendeel is waar.
Veel leerlingen in de bovenbouw van de basisschool, waar dit onderdeel van het meten wordt onderwezen, worstelen nogal met het omzetten van de ene meeteenheid naar de andere. Om deze omzettingen te begrijpen moet je de achterliggende structuur begrijpen. Net als bij ons getallenstelsel speelt de factor 10 hierbij een belangrijke rol. Als je het getal 1 tien keer zo groot maakt, krijgt je 10 enen, ofwel 1 tiental. Het metriek stelsel zit op dezelfde manier in elkaar. Steeds als je 10 keer een bepaalde meeteenheid hebt, kun je deze inwisselen voor 1 keer een meeteenheid die 10 keer zo groot is: 10 keer 1 cm is 1 keer 1 dm. Omgekeerd kan dit natuurlijk ook. Belangrijk is dat leerlingen begrijpen dat als de meeteenheid 10 keer kleiner wordt dat dan het meetgetal 10 keer groter wordt. Hieronder is dit schematisch weergegeven.

x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

meetgetal	1	10	100	1000	10.000	100.000	1.000.000
meeteenheid	km	hm	dam	m	dm	cm	mm

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Het omgekeerde is het geval als de meeteenheid steeds 10 keer groter wordt. Dan wordt het meetgetal iedere keer 10 keer kleiner en krijg je kommagetallen.

: 10 : 10 : 10

meetgetal	**1**	**0,1**	**0,01**	**0,001**
meeteenheid	**m**	**dam**	**hm**	**km**

x 10 x 10 x 10

Het moeilijke van het metriek stelsel is dat de tienstructuur alleen maar geldt voor alle meetbare kenmerken die lineair zijn zoals lengte (maar voor tijd, die ook lineair is, geldt het weer niet). Oppervlakte is twee dimensionaal, is een vlak en geen lijn. Dit betekent dat de oppervlakte bij een omzetting van de ene meeteenheid naar de daaropvolgende meeteenheid met een factor 100 wordt vergroot of verkleind. Bij oppervlakte heb je 100 stukjes van een 1 cm lang en 1 cm breed nodig, om daar 1 stuk van 1 dm lang en 1 dm breed van te maken. Korter gezegd: 100 cm2 = 1 dm2. Wil je een stuk van 1 m2 maken dan heb je 10.000 cm2 nodig.

x 100 x 100 x 100

meetgetal	**1**	**100**	**10.000**	**1.000.000**
meeteenheid	**km^2**	**hm^2**	**dam^2**	**m^2**

: 100 : 100 : 100

Inhoud is een meetbare kenmerk met drie dimensies, is een ruimtelijk kenmerk. Dit betekent dat de inhoud bij een omzetting van de ene meeteenheid naar de daaropvolgende meeteenheid met een factor 1000 wordt vergroot of verkleind. Kort gezegd: 1.000 cm3 = 1 dm3. Wil je een grote kubus van 1 m3 maken dan heb je 1.000.000 kubusjes van 1 cm3 nodig.

x 1000 x 1000 x 1000

meetgetal	**1**	**1000**	**1.000.000**	**1.000.000.000**
meeteenheid	**m^3**	**dm^3**	**cm^3**	**mm^3**

: 1000 : 1000 : 1000

Behalve deze inhoudsmaat voor objecten (m3 en de kleinere of grotere meeteenheden hiervan), die ook wel een ‘kubieke’ inhoudsmaat wordt genoemd, is er ook nog een inhoudsmaat voor vloeistoffen (en andere stoffen die afgepast kunnen worden zoals tuinaarde). Daarvoor gebruiken we liter (en de kleinere of grotere meeteenheden hiervan). Ofschoon het hier over inhoud gaat, is hier toch sprake van een factor 10 als je van de ene naar de andere eerstvolgende meeteenheid gaat. Dit lijkt misschien tegenstrijdig maar als je denkt aan een hoeveelheid vloeistof in een heel dun en erg lang rietje kun je bedenken dat liter, dl, cl en ml als lineaire meeteenheden uitgedrukt kunnen worden en dat hier ook de factor 10 van toepassing is.[1]

x 10 x 10 x 10

meetgetal	1	10	100	1000
meeteenheid	liter	dl	cl	ml

: 10 : 10 : 10

Omdat het zowel bij de kubieke inhoudsmaat als bij de inhoudsmaat voor vloeistoffen over inhoud gaat, zijn weer omzettingen mogelijk tussen de ene inhoudsmaat en de andere. Als je een bak van 1 dm breed, 1 dm lang en 1 dm hoog hebt – dus een bak met een inhoud van 1 dm3 – kan daar precies 1 liter water in. Als je dit weet kun je hiervan weer ander omzettingen afleiden.

1 liter	1 dm3	1000 cm3	1.000.000 cm3	1.000.000.000 mm3
1 dl	0,001 dm3	1 cm3	1000 cm3	1.000.000 mm3
1 cl	0,000001 dm3	0,001 cm3	1 cm3	1000 mm3
1 ml	0,000000001 dm3	0,000001 cm3	0,001 cm3	1 mm3

Natuurlijk hoeven de leerlingen niet al deze omzettingen te beheersen. Volgens de referentieniveaus is het voldoende als de leerlingen weten: 1 dm3 = 1 liter = 1000 ml (voor referentieniveau 1F) en 1 m3 = 1000 liter (voor referentieniveau 1S).

Ook voor de andere omzettingen geldt dat niet alle leerlingen ze allemaal paraat hoeven te hebben. De aandacht moet vooral uitgaan naar het leren van die meeteenheden die in het dagelijks leven het vaakst voorkomen. Het onderstaande rijtje bevat de omzettingen die de leerlingen in ieder geval paraat moet hebben.

1 km	1000 m
1 m	10 dm
1 dm	10 cm
1 m	100 cm
1 cm	10 mm

[1] Bedenk ook dat liter (en de kleinere of grotere meeteenheden hiervan) een inhoudsmaat op zichzelf is, terwijl "lengte" voor verschillende dimensies wordt gebruikt: een een-dimensionale lengte (een lijn van 1 m lang), een twee-dimensionale "lengte" (een vlak met een oppervlakte van 1 m^2) en een drie-dimensionale lengte (een ruimtelijke figuur met een inhoud van 1m^3). Ook voor gewicht geldt dat het maar op een manier wordt gebruikt en zich lineair gedraagt; als je bij gewicht van de ene naar de andere eerstvolgende meeteenheid gaat is er sprake van een verkleining of vergroting met een factor 10. Dat gewicht zich lineair gedraagt is bijvoorbeeld goed te zien als je weegt met een unster.

Voor het begrijpen van het metriek stelsel en de opbouw van de meeteenheden is het ook belangrijk dat de leerlingen de systematiek herkennen van de voorvoegsels.

		voorvoegsel	betekenis
kilometer		kilo	duizend
hectometer		hecto	honderd
decameter		deca	tien
meter	liter		
decimeter	deciliter	deci	een tiende
centimeter	centiliter	centi	een honderdste
millimeter	milliliter	milli	een duizendste

3.2 De kerncompetenties en toetsopgaven

Metriek		
Kerncompetentie	Toets A	Toets B
Gewichtsmaten omzetten: g, kg	Opgave 1 Klik aan wat meer is: 5 kg of 7000 gram. Hoeveel gram scheelt het? ... gram	Opgave 1 Een boodschappentas weegt 3 kg. Er komt 40 gram bij. Hoeveel gram weegt de tas nu? ... gram
Lengtematen omzetten: cm, dm, m, km	Opgave 2 Een krat is 60 centimeter hoog. Er wordt een toren gemaakt van 5 kratten op elkaar. Hoeveel meter is de toren hoog? ... m	Opgave 2 Het raam is 2 meter en 4 dm hoog. Hoeveel centimeter is de hoogte van het raam? ... cm
	Opgave 3 Het sportveld is 50 meter breed en 150 meter lang. Hoeveel kilometer hebben de leerlingen na tien rondjes gelopen? ... km	Opgave 3 Het sportveldveld is 40 meter breed en 60 meter lang. Na hoeveel rondjes hebben de leerlingen precies 4 km gelopen? Na ... rondjes
Oppervlaktematen omzetten: m^2, cm^2	Opgave 4 Klik aan wat groter is: een terras van 10 m^2 of een terras van 800 dm^2. Hoeveel dm^2 scheelt het? ... dm^2	Opgave 4 Hoeveel m^2 tegels zijn nodig om een terras te maken van 50 dm breed en 60 dm lang? ... m^2
Inhoudsmaten omzetten: dm^3, cm^3, liter, dl	Opgave 5 Klik aan waar meer in gaat: in een tank van 30 liter of in een tank van 28 dm^3. Hoeveel deciliter scheelt het? ... deciliter	Opgave 5 Klik aan waar meer in gaat: in een tank van 4000 milliliter of in een tank van 10 dm^3. Hoeveel deciliter scheelt het? ... dl
Litermaten omzetten: liter, dl, cl, ml	Opgave 6 In één glas gaat 200 ml limonade. Er is 3 liter limonade. Hoeveel glazen kun je hiermee vullen? ... glazen	Opgave 6 In een flesje gaat 150 milliliter. In een vat zit 6 liter parfum. Hoevvel flesjes kunnen hiermee gevuld worden? ... flesjes
Rekenen met samengestelde grootheden: snelheid	Opgave 7 Tom woont 1000 meter van school. Hij loopt ongeveer 4 kilometer in 1 uur. In hoeveel tijd loopt hij naar school? In ... minuten	Opgave 7 Na 1 uur en 20 minuten heeft Jasmijn 20 kilometer gefietst. Hoeveel kilometer is dat per uur? ... km per uur

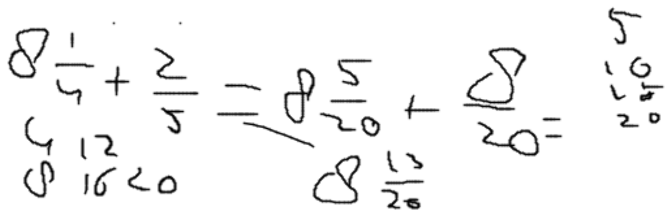
4. De hulpgereedschappen die de DTO de leerling biedt

Afhankelijk van het onderwerp kunnen de leerlingen in de DTO gebruik maken van verschillende hulpgereedschappen: een kladblaadje (met of zonder roosterpapier), een getallenlijn, een strook, een verhoudingstabel of een hint.
Hieronder volgt een algemene beschrijving van deze hulpgereedschappen, die niet alleen in de DTO, maar ook in het algemeen, zonder computer, gebruikt kunnen worden.

4.1 Kladblaadje

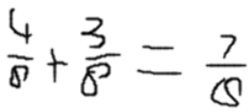
Op een kladblaadje kunnen de leerlingen een tekening maken om de opgave voor zichzelf duidelijk te krijgen. Een heel belangrijke functie van kladblaadjes is ook dat ze het uitrekenproces kunnen ondersteunen. Op een kladblaadje kunnen de leerlingen de verschillende stappen in het uitrekenproces en de daarbij behorende tussenuitkomsten noteren. Een voorbeeld hiervan is te zien op het kladblaadje van Leerling A. De hulpgetallen geven aan dat de leerling gezocht heeft naar een geschikte noemer voor het gelijknamig maken (in feite heeft de leerling gezocht naar het kleinste gemene veelvoud).

Leerling A



Nog een ander voorbeeld van hoe kladblaadjes kunnen laten zien hoe (verschillend) kinderen een opgave kunnen oplossen. De opgave die hier wordt uitgerekend is 'Hoeveel is de helft van $1\frac{3}{4}$ reep? Beide leerlingen hebben het goede antwoord $\frac{7}{8}$ gegeven. Leerling B heeft eerst van de hele reep de helft genomen en daarna van $\frac{3}{4}$ (of wellicht in de andere volgorde), terwijl Leerling C $1\frac{3}{4}$ reep heeft omgezet in $\frac{7}{4}$, toen hier $\frac{14}{8}$ van gemaakt en om vervolgens er de helft van te nemen.

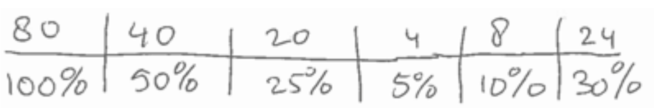
Leerling B



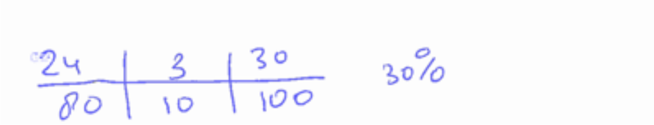
Leerling C

Een kladblaadje biedt de leerlingen natuurlijk ook de mogelijkheid om zelf een getallenlijn of tabel als hulpmiddel te tekenen. Hieronder is het werk van twee leerlingen te zien die een tabel hebben getekend toen ze moesten uitrekenen hoeveel procent 24 van de 80 is.

Leerling D



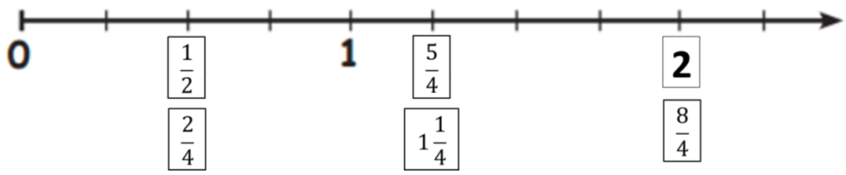
Leerling E



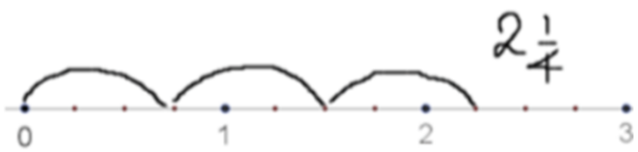
Het mooie van kladblaadjes is dat ze niet alleen de leerling helpen, maar ook de leerkracht. Een kladblaadje vertelt de leerkracht veel over hoe een leerling heeft gewerkt en laat vaak veel zien over het vaardigheidsniveau en het inzicht van een leerling. Het bovenstaande leerlingenwerk maakt dit verschil in inzicht duidelijk. Leerling D heeft een nogal omslachtige, maar wel een goede aanpak gekozen waarbij is uitgegaan van 80 is 100% en heeft dan vervolgens via allerlei tussenstappen naar 24 toegewerkt met als uitkomst 30%. Leerling E heeft ook 30% als uitkomst, maar start met de verhouding 24 van de 80 en werkt dan vervolgens naar “zoveel van de 100” toe. Leerling E laat hiermee zien inzicht te hebben in het verhoudingsaspect van procenten en dat hij/zij zich ervan bewust is dat het nodig is om de verhouding te standaardiseren op 100, terwijl Leerling D wellicht het regeltje “100% is alles” heeft gevolgd.

4.2 Getallenlijn

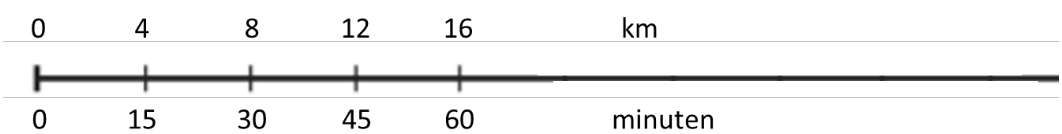
Een getallenlijn is een simpel maar tegelijk krachtig model om getallen op weer te geven. Dit kan op een lege getallenlijn waar het gaat om de volgorde van de getallen of op een gestructureerde getallenlijn waarbij behalve de volgorde van de getallen ook de relatieve afstand van de getallen ertoe doet. Zo’n gestructureerde getallenlijn kan gebruikt worden voor allerlei soorten getallen: voor gewone hele getallen, voor negatieve getallen en voor breuken. Wat dit laatste betreft is de getallenlijn, zoals eerder gezegd, een zeer geschikt hulpmiddel voor het leren van equivalente breuken:
$\frac{1}{2}$ is ook $\frac{2}{4}$; $\frac{5}{4}$ is ook $1\frac{1}{4}$; en $\frac{8}{4}$ is ook 2.



Op de getallenlijn kunnen de leerlingen niet alleen getallen positioneren en ordenen, ze kunnen de getallenlijn ook gebruiken om er eenvoudige vermenigvuldigopgaven op te representeren. Bij 3 x $\frac{3}{4}$ kunnen de leerlingen 3 sprongen van $\frac{3}{4}$ maken waardoor kunnen ze steeds tegelijkertijd kunnen zien waar ze al zijn èn hoeveel sprongen ze al gemaakt hebben.



Naast de enkele getallenlijn is er ook de dubbele getallenlijn. Dan wordt de getallenlijn zowel aan de onderkant als aan de bovenkant gebruikt om getallen of waarden te noteren.



Een dubbele getallenlijn lijkt wel wat op een verhoudingstabel (zie 4.4), maar verschilt er wel van. Een dubbele getallenlijn geeft meer visuele ondersteuning. Een belangrijk verschilpunt met de verhoudingstabel is namelijk dat op een dubbele getallenlijn de afstanden tussen de getallen visueel gerepresenteerd worden. Dit maakt van de dubbele getallenlijn meer een meetlijn, terwijl de verhoudingstabel meer is om in handige stapjes te rekenen. Een hiermee samenhangend verschilpunt is dat op een dubbele getallenlijn de getallen in volgorde van klein naar groot staan, terwijl dit bij een verhoudingstabel niet het geval hoeft te zijn.

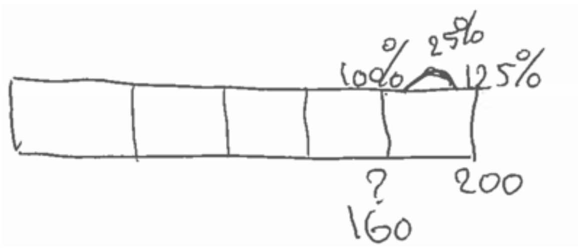
4.3 Strook

Een strook bestaat eigenlijk uit twee gekoppelde getallenlijnen waarop je op de bovenste lijn en op de onderste lijn waarden kunt aangeven die verhoudingsgewijs aan elkaar zijn gerelateerd. In feite is een strook een combinatie van twee schaallijnen. Daarom is de strook bijzonder geschikt om het werken met verhoudingsgetallen als breuken en procenten visueel te ondersteunen.
Bij een opgave over een batterij die 120 uur werkt als hij helemaal is opgeladen en waarbij de leerlingen moeten uitrekenen hoeveel uur hij nog werkt als hij nog voor 40% is opgeladen, kan de strook als volgt gebruikt worden.

Leerling F

Vergeleken met de verhoudingstabel (zie 4.4) is de strook geen hulpmiddel voor het uitrekenen van procenten. Het is eerder een hulpmiddel om greep te krijgen op de probleemsituatie. Door de dubbelsporigheid van de strook kun je er zowel in aangeven hoeveel procent de batterij nog opgeladen is, als het aantal uren dat de batterij nog werkt. Uitgaande van de 100% heeft leerling F vastgesteld dat bij 50% de batterij nog 60 uren werkt. Die 50% heeft hij/zij dan vervolgens in 5 stukjes verdeeld met ieder 10% ofwel 12 uren. Dat betekent dat als de batterij nog 40% is opgeladen hij nog 48 uren werkt.
Natuurlijk zijn de getallen waarmee gewerkt moet worden in een opgaven met procenten niet altijd zo mooi. In opgaven met minder mooie getallen kan de strook gebruikt worden om een antwoord te schatten, dat vervolgens weer houvast kan geven bij het precies rekenen.
Bij een opgave met procenten waarbij sprake is van een procentuele verandering kan de strook ook houvast bieden, niet in de eerste plaats om het rekenen te ondersteunen, maar het denken. Een voorbeeld van zo'n opgave is die over een school die dit jaar 200 leerlingen heeft, wat 25% meer dan vorig jaar. De vraag is hoeveel leerlingen de school vorig jaar had.

Leerling G



Leerling G waarvan het werk hierboven is afgebeeld realiseert zich dat die 25% procent erbij is gekomen. Dit betekent dat de uitgangssituatie zoals die vorig jaar was 100% is en dat de situatie nu 125% is. Als 125% staat voor 200 leerlingen dan kan door de strook in vijf gelijke partjes te verdelen gevonden worden hoeveel 100% was.

4.4 Verhoudingstabel

De verhoudingstabel is vooral een hulpmiddel om te rekenen; bijvoorbeeld bij een opgave als "16 van de 20 krantenfoto's zijn in kleur, hoeveel procent is dat?" Het rekenen in de verhoudingstabel kan op heel veel manieren als de verhouding maar hetzelfde blijft. Hieronder staan enkele voorbeelden van leerlingenwerk.

Leerling H

deel	16	8	80
geheel	20	10	100

Leerling I

percentage	100%	10%	80%
aantal	20	2	16

4.5 Hint

Een hint kan worden ingezet om leerlingen op weg te helpen bij het vinden van een oplossing. Door een hint wordt het probleem vaak iets meer gestructureerd door aan te geven waarmee je kunt beginnen. Als hint kan bijvoorbeeld gegeven worden: "Reken eerst uit hoeveel centimeters."

5. De toetsgegevens die de DTO aan de leerkracht biedt

De DTO geeft per toets van elke opgave die gemaakt is aan, welk antwoord de leerling heeft gegeven en of dit antwoord goed of fout is. Verder laat de DTO zien of bij het maken van een opgave uit het hoofd is gerekend of dat er gebruik is gemaakt van hulpgereedschap, en zo ja: welk hulpgereedschap is gebruikt. Al deze gegevens verwerkt de DTO in een klassenoverzicht. Op deze manier ziet de leerkracht in een keer hoe de hele klas de toets heeft gemaakt. Daarnaast kan de leerkracht ook inzoomen op het werk van individuele leerlingen. Dit betekent dat de leerkracht bijvoorbeeld kan zien wat er op het kladblaadje staat, hoe de strook is gebruikt of hoe een leerling in de tabel heeft gewerkt.

Welke gegevens nuttig zijn om didactische beslissingen te nemen zal niet voor iedere leerkracht en elke klas hetzelfde zijn. De leerkracht kan de toetsgegevens die de DTO levert naar eigen inzichten en behoeften gebruiken. In de onderstaande tabel staan vragen waarop de leerkracht met behulp van de toetsgegevens antwoord kan krijgen. Hierbij zijn drie aandachtpunten onderscheiden:

- de klas als geheel
- individuele leerlingen
- de leermogelijkheden die geboden worden door de gebruikte methode.

Zo kan bijvoorbeeld uit het klassenoverzicht naar voren komen dat maar heel weinig leerlingen alle competenties voor een bepaald leerstofonderdeel hebben verworven, terwijl dit toch voor de betere leerlingen haalbaar zou moeten zijn. Zo kan ook blijken dat de strook bij procenten veel leerlingen heeft geholpen, maar dat bepaalde zwakke leerlingen juist uit het hoofd hebben gerekend. Dit zijn allemaal bevindingen die de leerkracht helpen om bepaalde instructiebeslissingen te nemen, hetzij voor de hele klas of voor individuele leerlingen.

Een apart aandachtspunt vormt ook de reken-wiskundemethode. Met de in de DTO opgenomen kernopgaven en hulpgereedschappen, in samenhang met wat het klassenoverzicht laat zien over de reken-wiskundevaardigheden van de leerlingen, kan de leerkracht gaan uitzoeken hoe het zit met het aanbod in de reken-wiskundemethode. Besteed de reken-wiskundemethode wel aan alle kernopgaven en hulpgereedschappen onvoldoende aandacht?

Aandachtspunt	**Vragen die beantwoord kunnen worden met toetsgegevens van de DTO**
Mijn klas als geheel	Hoe zit het in mijn klas met de **goedscores** bij procenten, breuken, metriek en grafieken? Op welke leerstofonderdelen scoort mijn klas het hoogste en op welke leerstofonderdelen het laagste? Hoe zit het in mijn klas met het **gebruik van de hulpgereedschappen**? Maakt mijn klas gebruik van de hulpgereedschappen of worden de opgaven doorgaans uit het hoofd gemaakt? Hoeveel procent van de opgaven wordt in mijn klas goedgemaakt als uit het hoofd gerekend is en hoeveel procent wordt goed gemaakt als gebruik is gemaakt van hulpgereedschappen? Welke hulpgereedschappen worden in mijn klas het vaakst gebruikt en welke het minst vaak? Welke hulpgereedschappen worden in mijn klas het vaakst gebruikt bij de leerstofonderdelen procenten, breuken, metriek en grafieken? Welk hulpgereedschap wordt in mijn klas bij de leerstofonderdelen procenten, breuken, metriek en grafieken het vaakst effectief ingezet?
Individuele leerlingen uit mijn klas	Welke leerlingen hebben bij leerstofonderdelen procenten, breuken, metriek en grafieken een lagere of hogere **goedscore** dan het klassengemiddelde? Welke leerlingen hebben bij bepaalde leerstofonderdelen vaker of minder vaak een bepaald **hulpgereedschap** gebruikt dan de rest van de klas?
Mijn reken-wiskundemethode	Komen de **kernopgaven** voor de leerstofonderdelen procenten, breuken, metriek en grafieken in mijn reken-wiskundemethode aan de orde? Aan welke **hulpgereedschappen** wordt in mijn reken-wiskundemethode aandacht besteed?

6. References

Boon, P. (2009). A designer speaks: Peter Boon. *Educational Designer, 1*(2); http://www.educationaldesigner.org/ed/volume1/issue2/article7/

Peltenburg, M. & Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch (2010). ICT-based dynamic assessment to reveal special education students’ potential in mathematics. *Research Papers in Education, 25*(3), 319-334.

Noteboom, A., Van Os, S., & Spek, W. (2011). *Concretisering referentieniveaus rekenen 1F/1S* [Making the reference levels mathematics 1F/1S concrete]. Enschede: SLO.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., Kolovou, A., & Peltenburg, M. (2011). Using ICT to improve assessment. In B. Kaur, & W.K. Yoong (Eds), *Assessment in the mathematics classroom: Yearbook 2011, Association of Mathematics Educators* (pp. 165–185). Singapore: World Scientific and AME.