



FaSMEd

Leistungssteigerung durch Diagnose und Förderung im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht unter Einsatz digitaler Medien



Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

—

Ein digitales Tool zur Selbstdiagnose und -förderung

Fach:	Mathematik
Alter:	14 - 18 Jahre
Hardware:	iPad (oder Laptop, oder PC)
Software:	TI-Nspire Navigator CAS Applikation
Funktionalitäten:	Bereitstellen einer interaktiven Lernumgebung
Benötigte Zeit:	60 Minuten
FaSMEd Partner:	Universität Duisburg-Essen

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

**Zusammenfassung:**

Arbeiten Schülerinnen und Schüler mit diesem digitalen Tool zur Selbstdiagnose und -förderung, erhalten sie von der Technologie keine Rückmeldung darüber, ob eine Aufgaben-lösung richtig oder falsch ist. Vielmehr steht das Überprüfen der eigenen Kompetenzen im Vordergrund. Die Lernenden müssen ihre Lösung zu einer offenen Diagnoseaufgabe reflektieren, in der sie den Zeit-Geschwindigkeits-Graphen zu der gegebenen Situation einer Fahrradfahrt zeichnen müssen. Anschließend identifizieren sie ihre eignen Fehler anhand einer Check-Liste. Diese enthält Informationen über typische Fehlvorstellungen im Bereich Funktionales Denken. Schließlich können die Schülerinnen und Schüler je nach ihren individuellen Bedürfnissen an verschiedenen Informationseinheiten, Übungs- und Erweiterungsaufgaben arbeiten.



1. Inhalt

Das digitale Tool zur Selbstdiagnose und –förderung behandelt das Themengebiet des Funktionalen Denkens. Im Fokus stehen Zusammenhänge zwischen zwei Größen und deren Darstellungen. Insbesondere wird der Darstellungswechsel von der Beschreibung eines funktionalen Zusammenhangs zu seinem Graphen betrachtet.

2. Aktivität

2.1 Mathematische Zielsetzung

Das digitale Tool zur Selbstdiagnose und –förderung hilft Lernenden dabei zu erfassen, wie erfolgreich sie den Darstellungswechsel zwischen situativer Beschreibung eines funktionalen Zusammenhangs und dessen Graphen vollziehen können. Die Fähigkeit zwischen solchen Darstellungen flexibel zu wechseln, ist wesentlicher Kern des funktionalen Denkens (Duval 2002).

Neben den verschiedenen Darstellungsarten sind bei der Betrachtung funktionaler Zusammenhänge drei Grundvorstellungen von zentraler Bedeutung: die Vorstellung einer Funktion als Zuordnung, als Kovariation und als Ganzes (Vollrath 1989; Leuders & Prediger 2005). Der Zuordnungsaspekt tritt immer dann in den Vordergrund, wenn es um die Zuordnung einzelner Werte geht - dabei unterscheidet man eine unabhängige Größe und eine davon abhängige. Die Sichtweise ist bei dieser Grundvorstellung eher lokal punktwise und statisch, denn einem Wert wird genau ein anderer Wert zugeordnet. Der Kovariationsaspekt verlangt eine globalere und dynamischere Sicht auf den funktionalen Zusammenhang (Malle 2000). Bei dieser Grundvorstellung tritt das gemeinsame Verändern bzw. Variieren der Größen in den Vordergrund: Wie verändert sich die eine Größe, wenn die andere variiert wird? Die Vorstellung von einer Funktion als Ganzes nimmt "die Menge aller Wertepaare bzw. die Zuordnung als neues Objekt" in den Blick (Vollrath 1989, S.15). Beispielsweise wird eine Parabel als charakteristischer Graph einer quadratischen Funktion als Ganzes betrachtet.

Der Aufbau dieser drei Grundvorstellungen ist zentral für die Ausbildung eines mathematischen Funktionsbegriffs, da sie die Bindeglieder zwischen diesem und der realen Situation darstellen (vom Hofe 2003; Leuders & Prediger 2005). Deshalb erlaubt das digitale Tool den Schülerinnen und Schülern alle drei Grundvorstellungen einer Funktion zu erkunden.

2.2 Bezug zu den Bildungsstandards

Das digitale Tool überprüft und schult die folgenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen der KMK Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss (KMK, 2004):

Die Schülerinnen und Schüler:

- modellieren mathematisch (K3),
- verwenden mathematische Darstellungen (K4).

Außerdem werden folgende inhaltsbezogene Kompetenzen geprüft und geschult, die in den Bildungsstandards der Leitidee Funktionaler Zusammenhang (L4) zugeordnet sind:

Die Schülerinnen und Schüler:

- nutzen Funktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge,
- erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge und stellen diese in sprachlicher oder graphischer Form dar,
- analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (wie lineare, proportionale und antiproportionale),
- beschreiben Veränderungen von Größen mittels Funktionen.

2.3 Struktur / Methodologie

Das digitale Tool zur Selbstdiagnose und –förderung ist so konzipiert, dass die Schülerinnen und Schüler ihre eigenen Kompetenzen einschätzen. Es ist nicht die Technologie, die ihre Lösungen bewertet. Daher wird den Lernenden eine Check-Liste, welche Informationen zu typischen Fehlvorstellungen im Bereich Funktionalen Denken enthält, bereitgestellt anhand derer sie ihre Antwort zu einer offenen Diagnoseaufgabe selbstständig untersuchen. Auf der Grundlage dieser Selbstdiagnose können die Schülerinnen und Schüler entscheiden, welche weiteren Informationen bezüglich ihrer identifizierten Fehler sie heranziehen möchten und an welchen Aufgaben sie im weiteren Lernprozess arbeiten wollen.

Das Tool ist für Schülerinnen und Schüler im Alter von 14 (Jahrgangsstufe 7/8, in der Lernende zum ersten Mal mit funktionellen Zusammenhängen in Berührung kommen) bis hin zur Oberstufe (18 Jahre) geeignet. Dies liegt daran, dass es nicht zum Erlernen neuer Kompetenzen gedacht ist, sondern vielmehr als eigenständige Wiederholung von Basiskompetenzen



dient. Es kann immer dann verwendet werden, wenn die Lehrkraft oder die Schülerinnen und Schüler eine Notwendigkeit zur Wiederholung des Themengebiets oder zur Diagnose darüber, inwiefern der besagte Darstellungswechsel beherrscht wird, verspüren.

Die Lernenden arbeiten selbstständig und schätzen ihre eigenen Kompetenzen ein. Darüber hinaus entscheidet der Schüler/die Schülerin selbstständig anhand des Checks, welche Informationen und Übungsaufgaben für den eigenen Lernfortschritt herangezogen werden sollen.

Die Durchführung des Tools zur Selbstdiagnose und –förderung dauert etwa 45-60 Minuten.

Das Tool besteht aus den folgenden fünf Teilen:

- *Überprüfen* (durch eine Lupe gekennzeichnet),
- *Check* (durch Kreuz und Haken gekennzeichnet)
- *Info* (durch eine Glühbirne gekennzeichnet),
- *Üben* (durch ein Heft gekennzeichnet),
- *Erweitern* (durch Zahnrädern gekennzeichnet).

Die Hyperlink Struktur des digitalen Tools „Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?“ ist in der folgenden Abbildung 1 dargestellt:

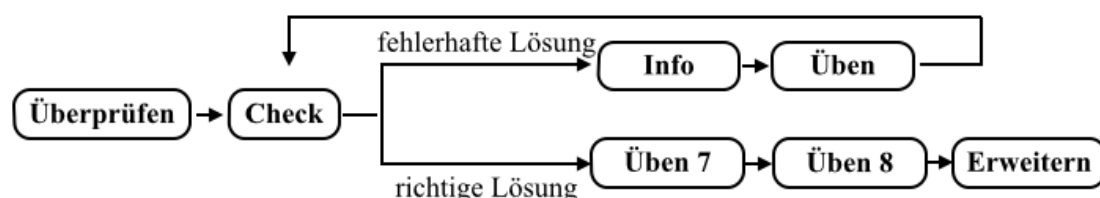


Abbildung 1: Hyperlink Struktur des digitalen Tools

Ein Schüler/Eine Schülerin beginnt mit der Bearbeitung der *Überprüfen* Aufgabe (Abb. 2). Darin wird dem Lernenden die Geschichte einer Fahrradfahrt ohne spezifische Werte für die beiden Größen Zeit und Geschwindigkeit präsentiert. Die Aufgabenstellung verlangt anschließend das Erstellen eines passenden Zeit-Geschwindigkeits-Graphen. Daraufhin sieht sich der Schüler/die Schülerin eine Musterlösung, welche auch Kriterien zur richtigen Lösung der Aufgabe enthält, an. Der nachfolgende *Check* besteht aus sechs Aussagen (z.B. „Ich habe erkannt, wann der Graph steigt, fällt oder konstant bleibt.“). Diese helfen dem/der Lernenden die eigene Lösung zu reflektieren und mögliche Fehler zu identifizieren. Für jede Aussa-



ge muss entschieden werden, ob diese bezogenen auf die eigene Lösung richtig oder falsch ist (Abb. 2).

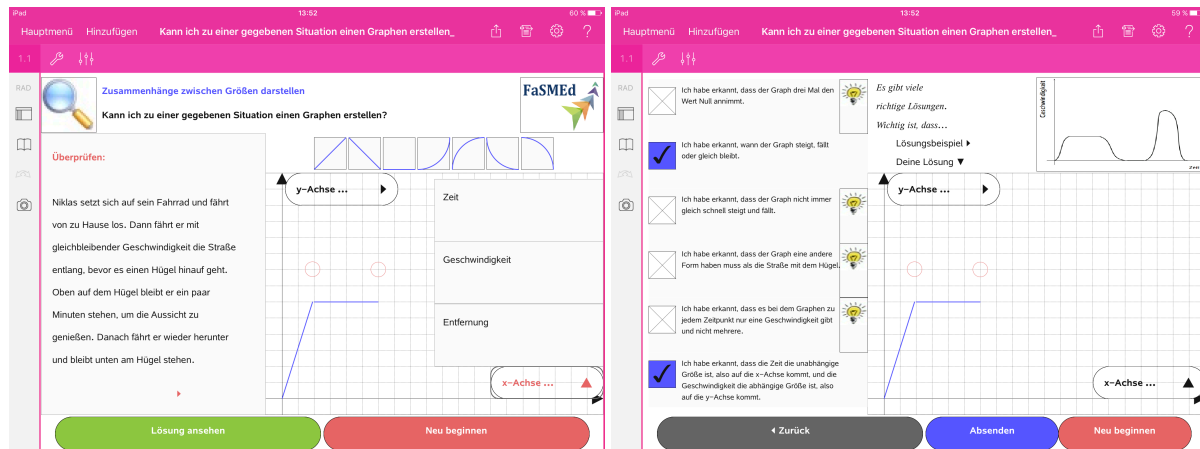


Abbildung 2: Überprüfen und Check des digitalen Tools

Wurde ein Fehler identifiziert, klickt der/die Lernende auf die entsprechende Glühbirne neben dem Check-Punkt und gelangt so zur passenden *Info* (Abb. 3). Eine zugehörige *Üben* Aufgabe ermöglicht es, das eigene Verständnis der wiederholten Informationen zu testen. Auch hier muss der Schüler/die Schülerin seine/ihre eigenen Kompetenzen durch das Vergleichen der eigenen mit einer Musterlösung einschätzen. Dadurch ermutigt das Tool die Lernenden, die eigene Arbeit zu reflektieren anstatt ein Feedback für sie zu generieren (Dieses sollen sich die Schülerinnen und Schüler selbst geben.) Anschließend geht der/die Lernende zurück zum *Check* und fährt mit dem nächsten Check-Punkt fort.

Wurde der erstellte Graph von dem Schüler/der Schülerin für richtig befunden, indem alle Check-Punkte abgehakt wurden, kann er/sie an zwei weiteren *Üben* und schließlich einer *Erweitern* Aufgabe mit einem komplexeren Kontext arbeiten.

Insgesamt enthält das digitale Tool zur Selbstdiagnose und –förderung vier verschiedene Aufgabentypen:

- **Graphen erstellen:** Die Lernenden skizzieren einen Graphen, indem sie bewegliche und veränderbare Graph-Teile in das Koordinatensystem ziehen und dort platzieren. The Axen des Koordinatensystems können durch die Auswahl mehrerer Optionen aus einem drop-down Menü beschriftet werden. (Dieser Aufgabentyp wird für folgende Aufgaben des Tools verwendet: Überprüfen, Üben 3 Teil 1, Üben 6, Üben 7 Teil 2, Üben 8 und Erweitern, siehe Abb. 2.)



- **Offene Antwort:** Die Lernenden tippen eine Antwort in das Textfeld. (Dieser Aufgabentyp wird für folgende Aufgaben des Tools verwendet: Üben 3 Teil 2 und 3, siehe Abb. 3.)
- **Auswahl:** Die Lernenden lösen eine Aufgabe, indem sie diejenigen Situationen auswählen, für die eine bestimmte Aussage zutrifft. Die Auswahl erfolgt durch einen Doppelklick auf den Button mit der Zahl, die der jeweiligen Aussage entspricht. (Dieser Aufgabentyp wird für folgende Aufgaben des Tools verwendet: Üben 1 und Üben 5, siehe Abb. 4.)
- **Zuordnen:** Die Lernenden ordnen passende Situationen und Graphen einander zu. Dies geschieht, indem zunächst der Button mit der entsprechenden Zahl (also eine Situation) ausgewählt und anschließend der passende Graph angeklickt wird. (Dieser Aufgabentyp wird für folgende Aufgaben des Tools verwendet: Üben 2, Üben 4 Teil 1 und Üben 7 Teil 1, siehe Abb. 4.)

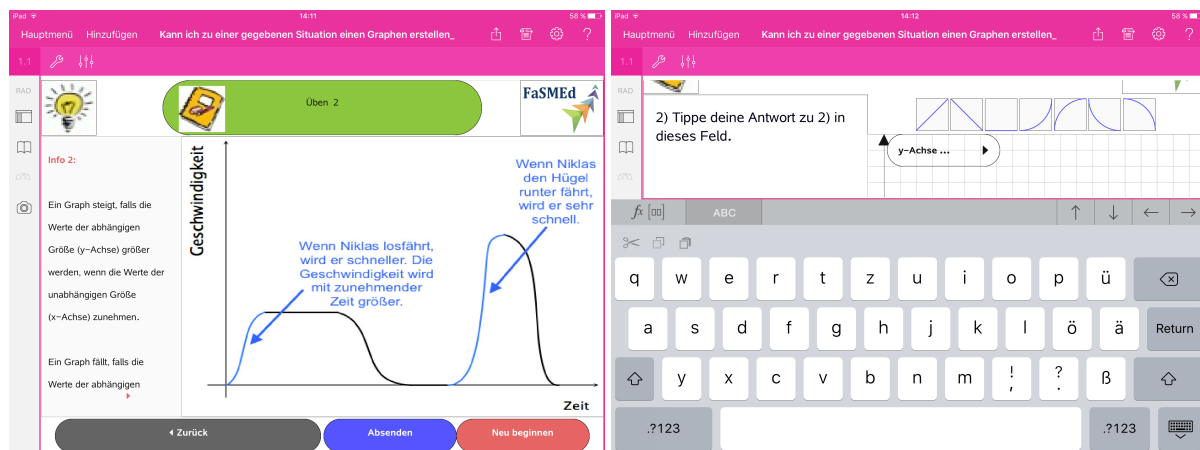


Abbildung 3: Beispiele für eine *Info* und eine *offene Antwort* Aufgabe des Tools

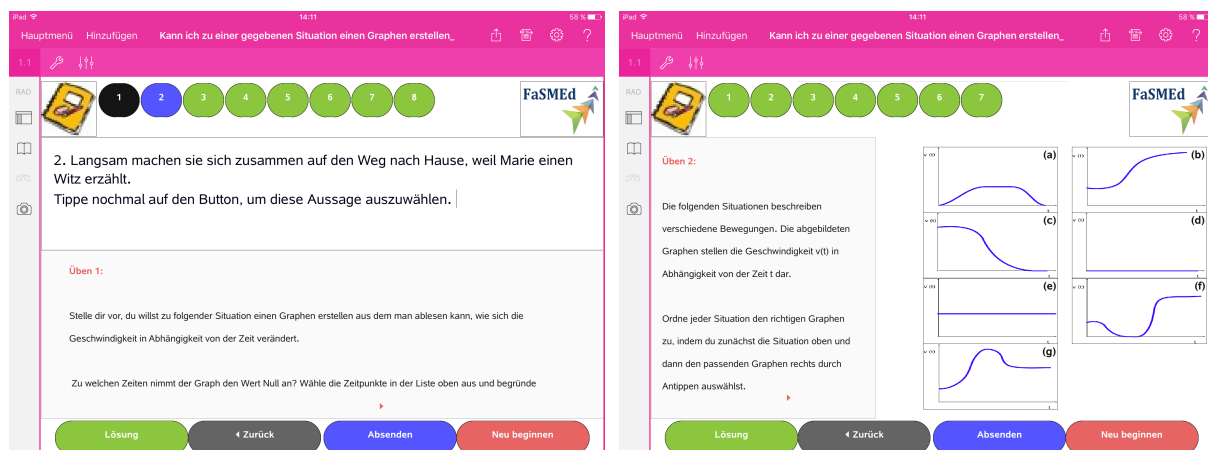


Abbildung 4: Beispiele für eine *Auswahl* und eine *Zuordnen* Aufgabe des Tools

Für weitere Erklärungen des digitalen Tools zur Selbstdiagnose und –förderung sowie erklärende Videos besuchen sie bitte folgende Homepage: <http://compasstech.com.au/FaSMEd/>.



2.4 Technologie

Das digitale Tool zur Selbstdiagnose und –förderung läuft mit der Software TI-Nspire CAS von Texas Instruments. Bedingt durch das große Touch-Display ist die Nutzen auf dem iPad zu empfehlen. Es funktioniert allerdings auch auf einem Computer oder einem TI-Handheld (graphikfähiger Taschenrechner). Wurde die Applikation einmal installiert, kann darüber die Datei (.tns) des Tools geöffnet werden. (Ein Link zum Download der Applikation ist in Abschnitt 4. Literatur dieses Dokuments zu finden.)

Das Tool bietet Schülern die Möglichkeit den mathematischen Themenbereich des Funktionalen Denkens zu erkunden, indem es sowohl dynamische Darstellungen (Aufgabentyp Graphen erstellen) verwendet als auch Informationen zu typischen Fehlvorstellungen in Form einer Check-Liste bereitstellt. Daher kann die Funktionalität der Technologie in diesem Fall als **Bereitstellen einer interaktiven Lernumgebung** klassifiziert werden.

2.5 Aspekte der Diagnose und Förderung (Formatives Assessment)

Da die **Schülerinnen und Schüler** individuell mit dem Tool arbeiten und somit die aktiven Akteure der Diagnose und Förderung darstellen, können wir die von den Lernenden genutzten formativen Assessment (Diagnose und Förderung) Strategien fokussieren.

Innerhalb der interaktiven Lernumgebung des digitalen Tools zur Selbstdiagnose und -förderung können die Lernenden vier der formativen Assessment Strategien des FaSMEd Theorierahmens (basierend auf Wiliam & Thompson 2007) nutzen: Zunächst ist es ihnen möglich, die **Lernziele zu verstehen**, da den Schülerinnen und Schülern die Frage „Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?“ präsentiert wird. Darüber hinaus bietet der *Check* Informationen über typische Fehlvorstellungen. Diese erlauben es den Lernenden **Kriterien für das erfolgreiche Lösen der Überprüfen Aufgabe nachzuvollziehen**. Anschließend arbeiten die Schülerinnen und Schüler an verschiedenen Aufgaben und müssen ihre eigenen Lösungen mit einer Musterlösung vergleichen. Dadurch können sie **ihr eigenes Verständnis eruieren**. Nachdem die Lernenden eine Aufgabe bearbeitet oder über einen bestimmten Check-Punkt nachgedacht haben, müssen sie selbst entscheiden, welcher Schritt notwendig ist, um den eigenen Lernprozess voranzutreiben. Daher wird der/die Lernende von dem Tool ermutigt ein **unterstützendes (Selbst-) Feedback zu formulieren**. Schließlich wird der Schüler/die Schülerin als **selbstbestimmter Lerner aktiviert** insofern, dass er/sie herausgefordert wird über den eigenen Lernprozess auf einem metakognitiven



Level zu reflektieren. Dies liegt daran, dass die Lernenden nicht vom Tool vorgeschlagen bekommen, welche Aufgaben bearbeitet oder welche Informationen gelesen werden sollen. Die Schülerinnen und Schüler untersuchen ihre eigenen (Fehl-) Vorstellungen und Kompetenzen und übernehmen so die Verantwortung für den eigenen Lernprozess.

Bezogen auf den FaSMEd Theorierahmen (weitere Informationen zu diesem Theorierahmen finden sie auf der toolkit homepage von FaSMEd) können daher folgende vier Quader herausgestellt werden, um die durch die Arbeit mit dem digitalen Tool zur Selbstdiagnose und –förderung möglichen formativen Assessment Prozesse zu charakterisieren:

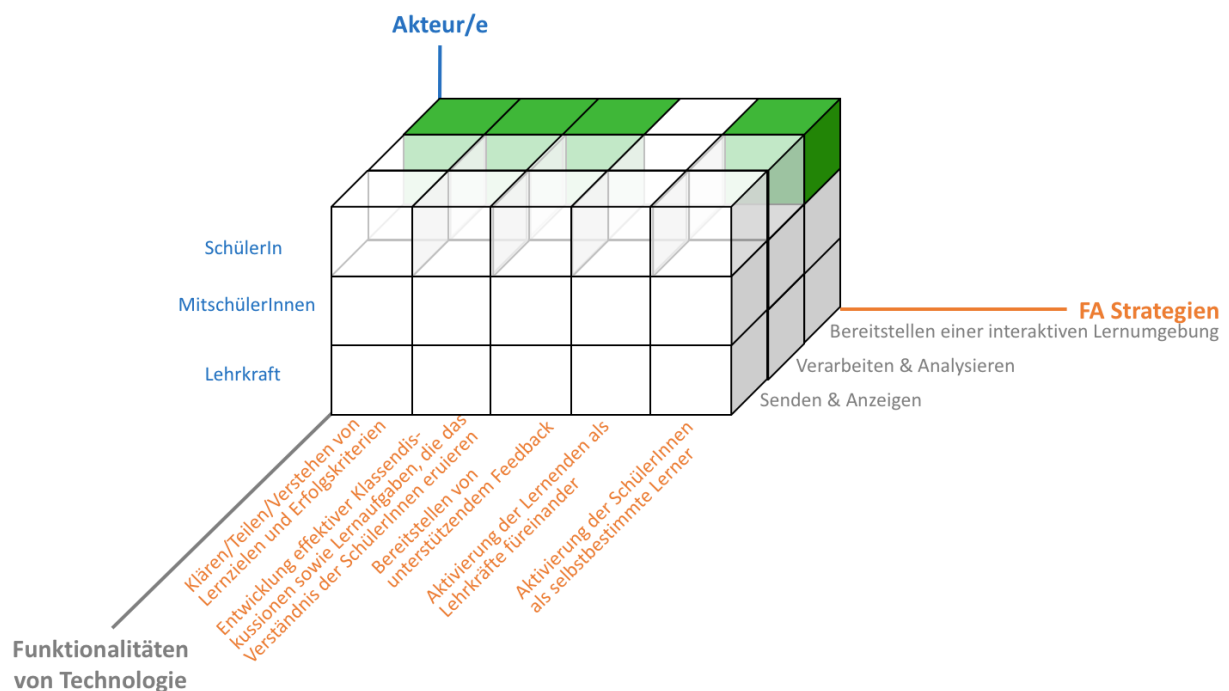


Abbildung 5: Formative Assessment Strategien, die von Lernenden genutzt werden können, wenn sie mit dem digitalen Tool zur Selbstdiagnose und –förderung in seiner Funktionalität als interaktive Lernumgebung arbeiten



3. Weitere Informationen

3.1 Zusätzliche Funktionen des digitalen Tools zur Selbstdiagnose und -förderung

Eine Sprachauswahl zwischen Deutsch und Englisch ermöglicht ein leichtes Arbeiten mit dem Tool sowohl in deutschen Schulen als auch für unsere FaSMEd Projektpartner. Darüber hinaus bietet der *Absenden* Button bei jeder Aufgabe die Möglichkeit, dass die Software die Schülerlösungen speichert und schließlich in eine Klassenliste überträgt. Diese kann von der Lehrkraft in Form einer Excel Tabelle in Google Drive erstellt und überblickt werden. So wird das Nachvollziehen der Schülerlösungen und Lernprozesse für die Lehrkraft möglich. Steve Arnold von der Firma Texas Instruments hat eine Webseite mit Instruktionen für Lehrkräfte (auf Englisch) generiert, auf der in Form von Texten, Bildern und Videos sowohl das Tool und dessen Funktionen als auch das Erstellen einer solchen Klassenliste erklärt wird (bei Interesse besuchen Sie bitte <http://compasstech.com.au/FaSMEd/>).

3.2 Papierversion des Tools

Eine nicht-digitale Papierversion des Tools bietet eine Alternative, welche keine Software benötigt. Sie besteht aus 17 Karteikarten und ist auf dieselbe Weise wie das digitale Tool strukturiert. Sie enthält dieselben Aufgaben, Check-Liste und Informationen. Im Vergleich zum digitalen Tool kann die Papierversion allerdings keine dynamischen Visualisierungen bereitstellen und sie verlangt einen größeren Organisationsaufwand von den Schülerinnen und Schülern, da der Hyperlink Struktur des Tools nicht so intuitiv gefolgt werden kann.

Die Papierversion des Tools steht im FaSMEd Toolkit zum Download zur Verfügung.

3.3 Anwendung des Tools im Unterrichtsgespräch

Obwohl das digitale Tool zur Selbstdiagnose und –förderung, das heißt zur Einzelarbeit, entwickelt wurde, kann es auf andere Art und Weise im Unterricht eingesetzt werden. Da die Arbeit der Schülerinnen und Schüler vom Tool gespeichert werden und von der Lehrkraft eingesehen werden kann, hat der Lehrer/die Lehrerin die Möglichkeit das Verständnis der Lernenden im Anschluss an deren Selbstdiagnose ebenfalls zu diagnostizieren. Weitere oder häufig auftretende Schwierigkeiten können auf diese Weise von der Lehrkraft identifiziert und in einer Folgestunde im Unterricht besprochen werden. Darüber hinaus weist das Tool



dieselbe Struktur wie eine Diagnosestunde (zum Beispiel die Diagnosestunde „Interpretieren von Zeit-Weg-Diagrammen“ aus dem MARS Projekt): Die *Überprüfen* Aufgabe kann als Diagnoseaufgabe am Anfang einer Unterrichtsstunde bearbeitet werden. Der *Check* enthält mögliche Fehler und Schwierigkeiten, die Schüler bei der Bearbeitung der Aufgabe haben könnten. Dadurch wird die Anpassung des Tools für den Gebrauch in einer Diagnose durch Mitschüler oder die Lehrkraft vereinfacht. In Tabelle 1 werden einige Fragen und Impulse vorgeschlagen, mit denen man den Fehlern der Schülerinnen und Schülern bei der Besprechung der *Überprüfen* Aufgabe im Unterrichtsgespräch begegnen könnte:

Typische Fehler	Vorschläge für Fragen und Impulse
<p>SchülerIn erkennt nicht, wann der Graph den Wert Null annimmt.</p> <p><i>Kann sich wie folgt äußern:</i></p> <p>Der/ Die Lernende erstellt einen Graphen, der nicht im Ursprung beginnt.</p> <p>Der/ Die Lernende erstellt einen Graphen, der den Wert Null nicht drei Mal annimmt.</p>	<p>Wo beginnt dein Graph? Warum?</p> <p>Wann berührt dein Graph die x-Achse?</p> <p>Kannst du mir die Geschichte von der Fahrradfahrt anhand deines Graphen noch einmal erklären?</p> <p>Welche Größe wird auf der y-Achse eingetragen? Welchen Wert nimmt diese Größe ganz am Anfang, wenn Niklas auf dem Hügel anhält, ganz am Ende an?</p> <p>Wann erreicht Niklas eine Geschwindigkeit von 0 km/h. Was bedeutet das für deinen Graphen?</p> <p>Wann erreicht ein Graph den Wert Null? Ist das in der beschriebenen Situation der Fall?</p>
<p>SchülerIn kann die Steigung des Graphen nicht erkennen und darstellen.</p> <p><i>Kann sich wie folgt äußern:</i></p> <p>Der/ Die Lernende erstellt einen Graphen, der nicht steigt, wenn Niklas auf seinem Fahrrad schneller wird.</p> <p>Der/ Die Lernende erstellt einen Graphen, der nicht fällt, wenn Niklas langsamer wird.</p>	<p>Wann steigt/ fällt/ bleibt die Geschwindigkeit von Niklas konstant? Was heißt das für deinen Graphen?</p> <p>Wann wird Niklas schneller/ langsamer? Wann ändert sich seine Geschwindigkeit nicht? Was heißt das für deinen Graphen?</p> <p>Wie sieht dein Graph aus, wenn Niklas schneller, langsamer wird oder wenn sich seine Geschwindigkeit nicht ändert? Zu welchen Zeitpunkten ist dies in der gegebenen Situation der Fall?</p> <p>Wann steigt/ fällt/ bleibt dein Graph konstant? Warum?</p> <p>Kannst du mir die Geschichte von der Fahrradfahrt anhand deines Graphen erzählen?</p>



<p>mer wird.</p> <p>Der/ Die Lernende erstellt einen Graphen, der nicht konstant bleibt, wenn Niklas mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit fährt.</p>	<p>Wie verändert sich die Geschwindigkeit von Niklas in dieser Zeitspanne, wenn du dir deinen Graphen anschaust?</p>
<p>SchülerIn erkennt nicht, wie schnell der Graph steigt/ fällt (Grad der Steigung).</p> <p><i>Kann sich wie folgt äußern:</i></p> <p>Der/ Die Lernende erstellt einen Graphen, in dem sich die Steigung nicht verändert.</p> <p>Der/ Die Lernende erstellt einen Graphen mit derselben Geschwindigkeit, um darzustellen, dass Niklas auf der Straße schneller wird und wenn er den Hügel hinab fährt.</p>	<p>Wächst/ Fällt dein Graph immer gleich schnell? Warum?</p> <p>Verändert sich die Geschwindigkeit von Niklas immer gleich viel? Was bedeutet das für deinen Graphen?</p> <p>Steigt die Geschwindigkeit von Niklas schneller, wenn er bergab fährt als wenn er seine Fahrt auf ebener Straße beginnt?</p> <p>Wann erreicht die Geschwindigkeit ihr Maximum? Was bedeutet das für den Graphen?</p> <p>Wann verändert sich die Geschwindigkeit mehr oder weniger stark? Was bedeutet das für deinen Graphen?</p>
<p>SchülerIn interpretiert den Graph als Bild.</p> <p><i>Kann sich wie folgt äußern:</i></p> <p>Der/ Die Lernende erstellt die „Straße mit dem Hügel am Ende“ als Zeit-Geschwindigkeits-Graph.</p>	<p>Stelle dir die Fahrt von Niklas zu verschiedenen Zeitpunkten vor. Wie groß ist seine Geschwindigkeit jeweils?</p> <p>Was könnte die Geschwindigkeit von Niklas ungefähr sein, wenn er entlang der Straße/ bergauf/ bergab/ usw. fährt? Wie viel Zeit könnte bis dahin jeweils vergangen sein? Welche Punkte im Koordinatensystem könnten also Teil des Graphen sein?</p> <p>Wie groß könnte die Geschwindigkeit von Niklas nach 5/10/15 Minuten sein? Was bedeutet dies für deinen Graphen?</p> <p>Wähle einen Punkt deines Graphen aus. Kannst du die Bedeutung dieses Punktes in der gegebenen Situation interpretieren? Ist es möglich, dass ein zu der Fahrradfahrt passender Graph durch diesen Punkt verläuft?</p> <p>Wie verändert sich die Geschwindigkeit von Niklas in Abhängigkeit von der Zeit in jedem Abschnitt der Fahrradfahrt? Was</p>



	<p>bedeutet das für deinen Graphen?</p> <p>Wie würde dein Graph aussehen, wenn Niklas die ganze Zeit mit gleicher Geschwindigkeit/ durch eine Kuhle/ usw. fahren würde?</p>
<p>SchülerIn missachtet die Eindeutigkeit der Funktion.</p> <p><i>Kann sich wie folgt äußern:</i></p> <p>Der/ Die Lernende ordnet einem Zeitpunkt verschiedene Geschwindigkeiten zu.</p> <p>Der Graph des Schülers/ der Schülerin ist nicht eindeutig.</p> <p>Der Graph des Schülers/ der Schülerin stellt nicht die funktionale Beziehung zwischen Zeit und Geschwindigkeit dar.</p>	<p>Wie viele Werte kann die Geschwindigkeit von Niklas zu einem Zeitpunkt während der Fahrradfahrt annehmen? Was bedeutet dies für deinen Graphen?</p> <p>Ist es möglich, dass Niklas zu einem Zeitpunkt verschiedene Geschwindigkeiten hat? Was bedeutet das für deinen Graphen?</p> <p>Was stellt dein Graph dar? Muss er eindeutig sein?</p> <p>Ist es möglich einem Wert auf der x-Achse mehrere Werte auf der y-Achse zuzuordnen? Warum / Warum nicht?</p>
<p>SchülerIn vertauscht die Achsen.</p> <p><i>Kann sich wie folgt äußern:</i></p> <p>Der/ Die Lernende beschriftet die x-Achse mit „Geschwindigkeit“ und die y-Achse mit „Zeit“.</p>	<p>Welche Beziehung wird durch deinen Graphen repräsentiert? Was kannst du an deinem Graphen ablesen?</p> <p>Welche Größe wird auf der x-Achse eingetragen? Welche Größe wird auf der y-Achse eingetragen?</p> <p>Welche der beschriebenen Größen ist die abhängige / unabhängige Größe? Wo wird diese Größe im Koordinatensystem eingetragen?</p> <p>Woher weist du, welche Größe du auf der x/y-Achse eintragen musst?</p>

Table 1: Typische Fehler sowie Fragen/Impulse, um ihnen zu begegnen



4. Literatur

Die TI-Nspire Navigator Applikation kann im App Store heruntergeladen werden. Für weitere Informationen besuchen Sie: <https://education.ti.com/en-GB/uk/products/apps/ti-nspire-cas-app-for-ipad/tabs/overview>

Videoanleitungen und Beschreibungen des digitalen Tools zur Selbstdiagnose und –förderung finden Sie auf Englisch unter: <http://compasstech.com.au/FaSMED/>

Duval, R. (2002). The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of Mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 1-16.

Kultusministerkonferenz (KMK) (Hrsg.) (2004). Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 04.12.2003. Wolters Kluwer Deutschland GmbH, München.

Leuders, T. & Prediger, S. (2005): Funktioniert's? - Denken in Funktionen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 47(2), S.1-7

Malle, G. (2000b): Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation. *Mathematik lehren*, 2000(103), S.8-11.

Vollrath, H.-J. (1989): Funktionales Denken. *Journal für Mathematikdidaktik*, 10(1), S.3-37.

Vom Hofe, R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. *Mathematik lehren*, 118, 4-8.

William, D., & Thompson, M. (2007). Integrating assessment with learning: what will it take to make it work? In C. A. Dwyer (Ed.), *The Future of Assessment: Shaping Teaching and Learning* (S. 53-82). Mahwah, NJ: Erlbaum.